Recursividade

Funções Recursivas

Prof. Leandro Colevati

Conceito

- Fundamental em Matemática e Ciência da Computação
  - Um programa recursivo é um programa que chama a si mesmo
  - Uma função recursiva é definida em termos dela mesma
- Exemplos
  - Números naturais, Função fatorial, Árvore
- Conceito poderoso
  - Define conjuntos infinitos com *comandos* finitos

Definição

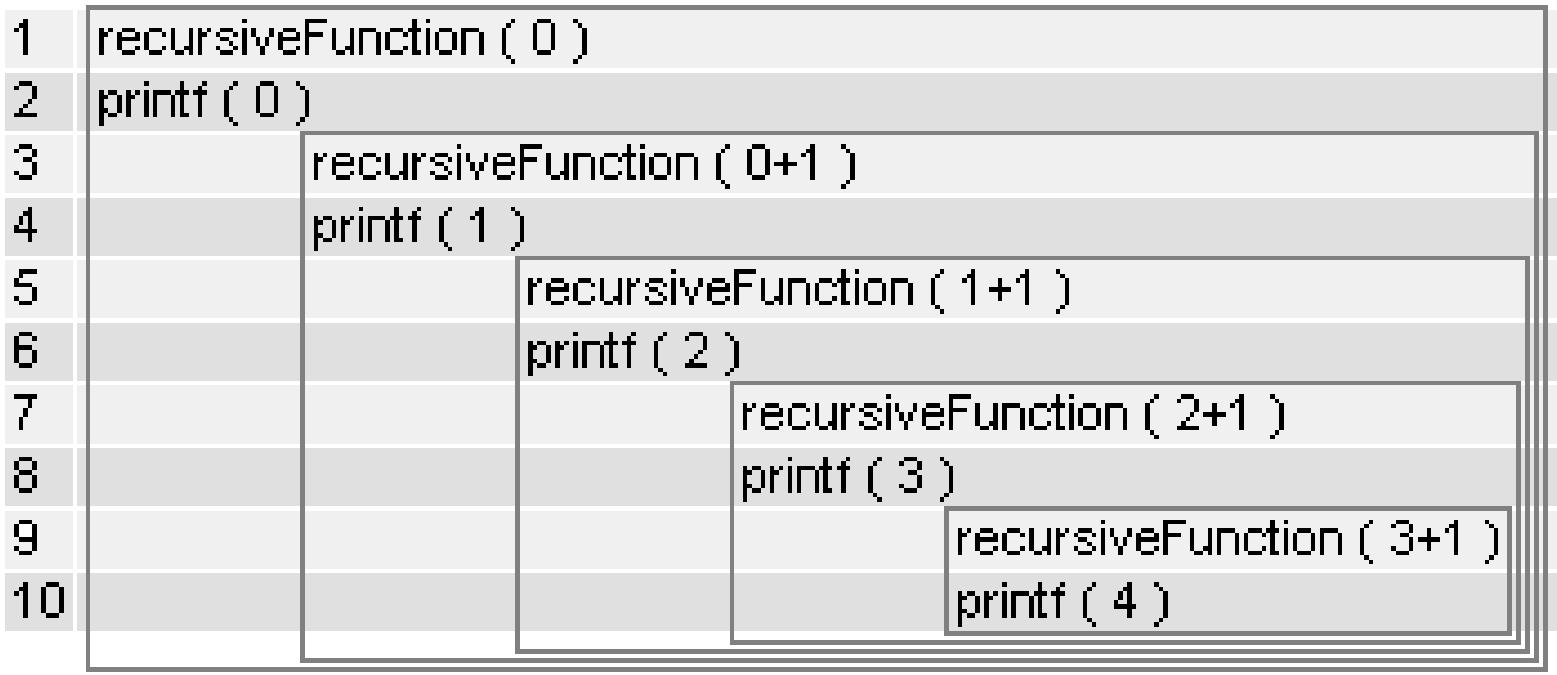
- Definição: dentro do corpo de uma função, chamar novamente a própria função
  - Recursão direta: a função A chama a própria função A
  - Recursão indireta: a função A chama uma função B que, por sua vez, chama A

Condição de Parada

- Nenhum programa nem função pode ser exclusivamente definido por si
  - Um programa seria um loop infinito
  - Uma função teria definição circular
- Condição de parada
  - Permite que o procedimento pare de se executar
  - *F(x)* > 0 onde *x* é decrescente
- Objetivo
  - Estudar recursividade como ferramenta *prática*!

Recursividade

- Para cada chamada de uma função, recursiva ou não, os parâmetros e as variáveis locais são de execução empilhada


1 recursiveFunction (0)
2 printf (0)
3 recursiveFunction (0+1)
4 printf (1)
5 recursiveFunction (1+1)
6 printf (2)
7 recursiveFunction (2+1)
8 printf (3)
9 recursiveFunction (3+1)
10 printf (4)

Execução

- Internamente, quando qualquer chamada de função é feita dentro de um programa, é criado um **Registro de Ativação** na **Pilha de Execução** do programa
- O registro de ativação armazena os parâmetros e variáveis locais da função bem como o “ponto de retorno” no programa ou subprograma que chamou essa função.
- Ao final da execução dessa função, o registro é desempilhado e a execução volta ao subprograma que chamou a função

Complexidade

- A complexidade de tempo do fatorial recursivo é O(n).
- Mas a complexidade de espaço também é O(n), devido a pilha de execução
- Já no fatorial não recursivo a complexidade de espaço é O(1)
- Portanto, a recursividade nem sempre é a melhor solução, mesmo quando a definição matemática do problema é feita em termos recursivos

Quando usar

- Recursividade vale a pena para Algoritmos complexos, cuja a implementação iterativa é complexa e normalmente requer o uso explícito de uma pilha
  - Dividir para Conquistar (Ex. Quicksort)
  - Caminhamento em Árvores (pesquisa, backtracking)

Exemplo 1

- Crie uma função recursiva que calcula a potência de um número inteiro:
  - Qual a condição de parada?
  - Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior?

Exemplo 1

```
Algoritmo "Potencia Recursiva"
Var
   base, expoente, resultado: inteiro

Funcao potencia(base, expoente : inteiro) : inteiro
Inicio
      se (expoente = 0) entao
         retorne 1
      senao
           retorne base * potencia(base, expoente - 1)
      fimse
Fimfuncao

Inicio
      base <- 2
      expoente <- 8
      resultado <- potencia(base, expoente)
      escreval(resultado)
Fimalgoritmo
```

Exemplo 1

```java
package controller;

public class PotenciaController {

     public PotenciaController() {
          super();
     }

     public int potencia(int base, int expoente) {
          //Condição de parada
          if (expoente == 0) {
               return 1;
          } else {
              expoente = expoente - 1;
              return base * potencia(base, expoente);
          }
     }

     public int pot(int base, int expoente) {
          int cont = 0;
          int res = 1;
          while (cont < expoente) {
               res = res * base;
               cont++;
          }
          return res;
     }
}
```

```java
package view;

import controller.PotenciaController;

public class Principal {

     public static void main(String[] args) {
         PotenciaController pc = new PotenciaController();

          int base = 2;
          int expoente = 8;

          int pot = pc.pot(base, expoente);
          System.out.println("Com laço ==> "+pot);

          int potencia = pc.potencia(base, expoente);
          System.out.println("Com recursividade ==> "+potencia);
     }

}
```

Exemplo 2

- Crie uma função recursiva que exiba o resultado da divisão de um número inteiro baseado em subtrações:
  - Qual a condição de parada?
  - Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior?

Exemplo 2

```
Algoritmo "Divisão Recursiva"

Var
   dividendo, divisor, resultado : inteiro

Funcao divisao(dividendo, divisor : inteiro) : inteiro
Inicio
      se (dividendo < divisor) entao
         retorne 0
      senao
         dividendo <- dividendo - divisor
         retorne 1 + divisao(dividendo, divisor)
      fimse
Fimfuncao

Inicio
      dividendo <- 19
      divisor <- 4
      resultado <- divisao(dividendo, divisor)
      escreval(resultado)
Fimalgoritmo
```

Exemplo 2

```java
package controller;

public class DivisaoController {

	public DivisaoController() {
		super();
	}

	public int div(int dividendo, int divisor) {
		//Condição de parada
		if (dividendo < divisor) {
			return 0;
		} else {
			dividendo = dividendo - divisor;
			return 1 + div(dividendo, divisor);
		}
	}

}
```

```java
package view;

import controller.DivisaoController;

public class Principal {

	public static void main(String[] args) {
		DivisaoController dc = new DivisaoController();

		int dividendo = 0;
		int divisor = 0;
		int div = dc.div(dividendo, divisor);
		System.out.println(div);

	 }

}
```

Exemplo 3

- Crie uma função recursiva que exiba o resultado da soma das posições de um vetor de inteiros:
  - Qual a condição de parada?
  - Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior?

Exemplo 3

- Visualg não aceita vetores como parâmetros

```
package controller;

public class VetorController {

	public VetorController() {
		super();
	}

	public int somaVetor(int[] vetor, int tamanho) {
		//Condição de parada ==> Quando o vetor não tiver mais posições
		if (tamanho == 0 ) {
			return 0;
		} else {
			int ultimaPosicao = tamanho - 1;
			int valor = vetor[ultimaPosicao];
			tamanho = tamanho - 1;
			return valor + somaVetor(vetor, tamanho);
			   //Retorno é dados pelo valor obtido da última
			   posição do vetor, somado com a chamada da função
			   com um vetor de tamanho reduzido em 1 posição
		}
	}
}
```

```
package view;

import controller.VetorController;

public class Principal {

	public static void main(String[] args) {

		int[] vetor = {4,8,9,5,3,7,10,7,9,1,2};
		int tamanho = vetor.length;

		VetorController vc = new VetorController();
		int somaVetor = vc.somaVetor(vetor, tamanho);
		System.out.println(somaVetor);
	}

}
```

Exercício 1

- Crie uma função recursiva que exiba o resultado do fatorial de um número (Pela limitação da recursividade, o número de entrada deverá ser baixo para não dar estouro(limite de entrada = 12)):

  O código deve trazer como comentários:

  a) A condição de parada
  b) Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior

Exercício 2

- Crie uma função recursiva que exiba o resultado da inversão de uma cadeia de caracteres (Ex.: entrada = teste ; saída = etset):

  Deve se utilizar a função SUBSTRING da Java

  O código deve trazer como comentários:

  a) A condição de parada

  b) Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior

string.substring(posicao): ret String

Retorna uma subcadeia da string original, contando de “posição” até o último caracter da cadeia (tamanho da cadeia – 1).

Exemplos:
"unhappy".substring(2) returns "happy"
“Harbison".substring(3) returns "bison"
"emptiness".substring(9) returns "" (an empty string)

string.substring(posInicial, posFinal): ret String

Retorna uma subcadeia da string original, contando de “posInicial” até o “posFinal”. PosFinal está limitada ao último caracter da cadeia (tamanho da cadeia – 1)

Exemplos:
"hamburger".substring(4, 8) returns "urge"
"smiles".substring(1, 5) returns "mile"